



Matemática 7° Básico

Semana 9

Propósito: Analizar los errores más frecuentes que se cometen al trabajar con fracciones... y no volver a cometerlos.

1. Representar fracciones en forma gráfica

En general los alumnos logran representar correctamente una fracción en forma gráfica, sin embargo, cuando tienen que representar más de una, algunos alumnos se confunden o muestran dificultad, la idea es que a partir de estas aclaraciones quede aun más claro el tema de la representación.

Error 1: tamaño del todo cuando se representan dos o más fracciones, por ejemplo, si se pide a un estudiante que represente las fracciones $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$, puedo ocurrir lo siguiente

$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{3}$$



Observando ambas representaciones, ¿podrías establecer qué fracción de mayor? Al observar las partes coloreadas, ambas tiene el mismo tamaño, por lo que se puede inferir que son iguales.

¿Dónde estuvo el error? En qué los enteros no son del mismo tamaño, por lo tanto, para poder comparar fracciones debemos tener claro que ambos enteros sean del mismo tamaño, por ejemplo, en este caso:



Si observas, ambos enteros tiene el mismo tamaño, ahora se muestra con claridad que $\frac{1}{3}$ es menor que $\frac{1}{2}$. Es como si fuera una barra de chocolate, si lo divides en dos partes iguales y te comes una, ese trozo será más grande que, si el mismo chocolate, lo divides en tres partes iguales, ahora, un trozo es más pequeño.

Error 2. Otro error que se observa es el siguiente:

A un alumno se le pide que represente las siguientes fracciones: $4/5$ y $5/3$,



¿Dónde estuvo el error? Lo identificaste, para ello debemos tener presente que el denominador es el que nos dice en cuántas partes iguales se debe dividir un entero y, el numerador, nos indica cuántas de esas partes vamos a seleccionar o pintar.

En el primer caso, el denominador es 5, por lo debemos dividir el entero en 5 partes iguales, lo que se observa que está bien hecho, de ellas, se pintan (o seleccionan) 4.

Sin embargo, si te fijas en la representación de $5/3$, el denominador es 3, por lo que el entero se debe dividir en 3 partes iguales, no en 5, y de ellas, pintar 5. Probablemente aquí está el problema, ¿cómo voy a pintar 5, si solo tenemos 3 partes?, entonces el alumno cree que debe ser al revés.

Entonces no preguntamos, si deseamos tener “tercios” (denominador 3), de un entero solo podemos obtener 3 tercios, ¿de dónde sacamos los otros 2 tercios, para completar los 5 tercios. Para hacerlo más sencillo, imagina que un chocolate viene pre marcado en tercios, como la mayoría de ellos:



Tendremos que tomar otra barrita de chocolate



De ahí sacamos los dos tercios restantes, por lo que $5/3$, Equivale a una barrita entera más 2 trocitos, es decir 1 entero más $2/3$, que se escribe como número mixto: $1\frac{2}{3}$ o $\frac{5}{3}$

Las fracciones en que el numerador es menor que el denominador, se llaman fracciones propias. Las fracciones, como $5/3$, en que el denominador es menor que el numerador, se llaman fracciones impropias y siempre será necesario, como vimos en el ejemplo, usar más de un entero y una parte de otro, en este caso fue, 1 entero más dos tercios, que se escribe como está más arriba.

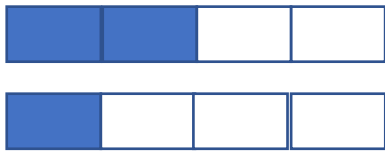
Error 3. Al sumar fracciones algunos alumnos lo hacen de la siguiente forma, veamos el ejemplo

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{6} \text{ si simplificamos } \frac{2}{6}, \text{ por } 2, \frac{2:2}{6:2} \text{ resulta } \frac{1}{3}$$

¿Qué hizo este alumno? Si te fijas, sumo hacia el lado, numerador con numerador y denominador con denominador.

Veámoslo como trozos, si te comes $\frac{1}{2}$ barra de chocolate, ya ese trozo, por lo que vimos en el caso 1, es mayor que $\frac{1}{3}$. Si, además a ese medio que nos comimos, le agregamos $\frac{1}{4}$, la cantidad consumida será aún mas grande que $\frac{1}{3}$, entonces es claro que hay algo mal.

Pero veámoslo con una representación



Si sumamos ambos trozos, resulta



Se observa que en total se usó $\frac{3}{4}$

No, $\frac{1}{3}$, como muestra la figura de abajo



Al observar ambas partes, queda claro que la suma tiene un error, es decir, NUNCA SE DEBE SUMAR HACIA EL LADO.

Entonces, ¿Cómo sumamos fracciones?

Hagamos un breve repaso, la regla es muy simple:

“para sumar fracciones éstas deben tener el mismo denominador”

El problema por resolver es qué hacemos con aquellas que no tienen el mismo denominador.

Dependiendo de las fracciones que vamos a sumar (o restar), hay varias estrategias, que son más adecuadas según el caso. Veámoslo:

Caso 1, Un de los denominadores es múltiplo de los otros

Ejemplos

$\frac{3}{4} + \frac{5}{8}$ Si se fijan, 8 es múltiplo de 4, ¿qué significa esto? Que hay un número que multiplicado por 4, resulta 8.

Para que la fracción con denominador 4 quede con denominador 8, debemos amplificarla (así logramos una fracción equivalente a la original, que en este caso es $\frac{3}{4}$

Cómo operamos

$$\frac{3x^2}{4x^2} + \frac{5}{8} =$$

$\frac{6}{8} + \frac{5}{8}$, ahora, como tienen el mismo denominador, como que al pronunciarlo en vos alta, tenemos la respuesta: *“si a 6 octavos le sumamos 5 octavos, en total tendremos 11 octavos” Algo así como, si tienes 6 dulces y le sumas 5 dulces, tendrás, sin lugar a duda, tendrás, 11 dulces, hemos cambiado dulces por octavos (no son tan ricos, pero es la idea...)*

Ejemplo 2:

$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3}$, aquí, si se fijan, 6 es múltiplo de 2 y de 3, por lo que debemos amplificar la primera fracción por un número que multiplicado por 2, de 6 y, en el caso de la última, debemos amplificar ésta por un número que multiplicado por 3, resulte 6. Seguro que ya sabes cuáles son cada uno de estos números, la primera por 3 y, la última por 2. ¿cómo queda?

$$\frac{1x3}{2x3} + \frac{1}{6} + \frac{1x2}{3x2} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{3+1+2}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Caso 2. Los denominadores son números consecutivos.

Ejemplo: $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ como observarás, no hay ningún número natural que multiplicado por 3, resulte 4. Busquemos los múltiplos de 3: $M_3 = \{3, 6, 9, \mathbf{12}, 15, 18, \dots\}$, los de 4: $M_4 = \{4, 8, \mathbf{12}, 16, \dots\}$. Vemos que el 12 es múltiplo de ambos, del 3 y del 4, además, corresponde al producto de ellos: $3 \times 4 = 12$.

¿Qué significa esto? Que la primera fracción la amplificamos por 4 y, la segunda por 3.

Hagámoslo

$$\frac{2x4}{3x4} + \frac{1x3}{4x3} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

Como puedes ver, si los denominadores son números consecutivos, cada fracción se amplifica por el denominador de la otra fracción.

Caso 3: No se observa una relación clara entre los denominadores.

En este caso es importante tener claro el concepto de mínimo común múltiplo (m. c. m).

Por ejemplo, ¿cuál es el m. c. m. entre 12 y 16.

Una forma que es más clara pero larga es la siguiente: se forma el conjunto de los primeros múltiplos de cada uno de los números, en este caso 12 y 16. Este conjunto al menos se hace hasta que haya dos iguales, pues habrá infinitos más, pero nos interesa el menor, de ahí el nombre de “mínimo” común múltiplo, es decir, el menor de los múltiplos comunes.

$M_{12} = \{12, 24, 36, \mathbf{48}, 60, 72, \dots\}$ y los $M_{16} = \{16, 32, \mathbf{48}, 64, \dots\}$

Como vez, el primero múltiplo común que aparece es el 48, por lo tanto, el m. c. m. entre 12 y 16 es 48. ¿qué significa esto? Que hay un número que multiplicado por 12 da 48 y, habrá otro número que multiplicado por 16, también da 48. En el primer caso es el 4 y, en el segundo, es el 3.

Entonces, la primera fracción la amplificamos por 4 y, la segunda por 3.

Veámoslo con un ejemplo, con estos mismos denominadores

$$\frac{5}{12} + \frac{3}{16} = \frac{5 \times 4}{12 \times 4} + \frac{3 \times 3}{16 \times 3} = \frac{20}{48} + \frac{9}{48} = \frac{29}{48}$$

Una forma sencilla, pero na tan evidente de obtener el m. c. m. entre dos o más números es la siguiente:

Usando una tabla

12	16.	2	
6.	8.	2	$3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 48$ m. c. m. = 48
3.	4.	2	
3.	2.	2.	
3.	1.	3	
1.			

Divides cada uno de los números, en este caso 12 y 16, por los números primos, comenzando por el menor. Recuerda, los números primos son los divisibles por 1 y por sí mismos, los primeros son: {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...}

Comienzas usando el menor, hasta que no haya ningún número divisible por él, mientras quede uno, como en nuestro ejemplo, sigues usándolo. Luego pasas al segundo y, así sucesivamente. Al final, multiplicas los números primos que se generaron en la columna de la derecha, como sugerencia, multiplicar de abajo hacia arriba hace que sea más sencillo.

Como puedes darte cuenta, es más corta y rápida, tal vez no tan evidente, pero la práctica te ayudará que domines la técnica. Lo bueno de esta estrategia, es que puedes hacerlo con más de dos fracciones.

Ahora a practicar.

$\frac{13}{5} + \frac{3}{4}$	$\frac{5}{4} + \frac{19}{6}$	$\frac{1}{2} + \frac{19}{8}$
$\frac{1}{4} + \frac{37}{16}$	$\frac{1}{6} + \frac{5}{3}$	$\frac{3}{2} + \frac{2}{3}$

Recordar que estas actividades pueden ser impresas y desarrolladas, o bien registrar las respuestas en el cuaderno de matemáticas.